

|       |          |            |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|



## Matematica Generale (Cdl. EF)

Dott. Giovanni Masala – 29 gennaio 2013

### Domanda 1 (punti 5).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log \frac{x+2}{x-1}$$

|                        |                                       |
|------------------------|---------------------------------------|
| Dominio (punti 2)      | $E = (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ |
| Positività (punti 2)   | $P = (1, +\infty)$                    |
| Intersezioni (punti 1) | <b>no</b>                             |

### Domanda 2 (punti 5).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = e^{x^3+6x^2}$

|                          |  |                       |
|--------------------------|--|-----------------------|
| Derivata prima (punti 2) | $f' = 3x \cdot (x+4) \cdot e^{x^3+6x^2}$ | $E = \mathbb{R}$      |
| Estremi (punti 3)        | $M(-4; e^{32})$ $m(0; 1)$                | decresce in $(-4, 0)$ |

### Domanda 3 (punti 5).

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$

|   |   |                  |
|---|---|------------------|
| Derivata prima (punti 1)                            | $f' = \frac{4(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$   | $E = \mathbb{R}$ |
| Derivata seconda (punti 1)                          | $f'' = \frac{8x \cdot (x^2-3)}{(x^2+1)^3}$  |                  |
| Insieme di convessità (punti 2)<br>Flessi (punti 1) | convessa in $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$<br>$F_1(0; 0);$ $F_2(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$ $F_3(\sqrt{3}; \sqrt{3})$ |                  |

### Domanda 4 (punti 5).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^5 - x^3 + 2}{(x^2 - 4) \cdot (x^2 - 9)}$$

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| Dominio (punti 1)                        | $E = \mathbb{R} / \{-3, -2, 2, 3\}$ |
| As. verticali (punti 2)                  | $x = \pm 2$ e $x = \pm 3$           |
| As. obliqui oppure orizzontali (punti 2) | $y = 4x$                            |

### Domande teoriche (punti 10)

- Il teorema di unicità del limite con dimostrazione (punti 4)
- Definizione di punti di flesso e legame con la derivata seconda (punti 3)
- Regola di derivazione delle funzioni composte con esempi (punti 3)

|       |          |            |
|-------|----------|------------|
| Nome: | Cognome: | Matricola: |
|-------|----------|------------|



**Domanda 5 (punti 6).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_0^2 \frac{4x+6}{3x+5} dx \quad \text{e} \quad \int x^3 \cdot e^x dx$$

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| Integrale definito (punti 3)   | primitiva: $\frac{2}{9}(6x+10-\log(5+3x))$<br>$\frac{-2}{9}(-12+\log 11-\log 5) \approx 2,4915$ |
| Integrale indefinito (punti 3) | $e^x \cdot (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + c$   |

**Domanda 6 (punti 6).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + 4y + k \cdot z = k \\ 2x + 3y - 2z = 5 \end{cases}$$

|                         |   |
|-------------------------|---|
| Compatibilità (punti 2) | Infinite soluzioni $\forall k \in \mathbb{R}$   |
| Soluzioni (punti 4)     | $\left( x = \frac{20+8z+3k \cdot z-3k}{5}; y = \frac{-5-2z+2k-2k \cdot z}{5}; z \in \mathbb{R} \right)$ |

**Domanda 7 (punti 8).** Data la funzione  $z = f(x, y) = 2x^2 + 4x \cdot y - y^2 + x + 3y - 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 2$ .

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| Derivate parziali (punti 2) | $f_x = 4x + 4y + 1 \quad f_y = 4x - 2y + 3$                |
| Estremi liberi (punti 3)    | $S(-7/12; 1/3) \quad z = -19/24 \quad H = -24$             |
| Estremi vincolati (punti 3) | $M(9; -7/2) \quad \lambda = 23 \quad z = 85/4 \quad H = 2$ |

**Domande teoriche (punti 10).**

- Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4)
- Teorema di Rouché-Capelli e compatibilità dei sistemi lineari (punti 3)
- Definizione di rapporto incrementale parziale e derivata parziale (punti 3)